

МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

**«СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА № 17»
(МАОУ СОШ № 17)**

Тюменская область, г.Тобольск 7А микрорайон, дом 6а, тел./факс 8 (3456) 39-48-66, E-mail: schkola17@mail.ru

РАССМОТРЕНО
на заседании методического
объединения учителей

СОГЛАСОВАНО
на заседании методического
совета



РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

Программа элективного курса для учащихся 9 класса

Составитель:
Мухамеджанова Н.А.
учитель математики
высшей категории

Тобольск

Пояснительная записка

Умение решать задачи является одним из основных критериев уровня математического развития, глубины освоения учебного материала. Поэтому на всех экзаменах, как в школе, так и на приемных в вузы и техникумы, в контрольных измерительных материалах ЕГЭ, в тестах предлагаются задачи.

Довольно часто встречаются случаи, когда ученик показывает хорошие знания в области теории, но запутывается при решении весьма несложной задачи, несмотря на то, что каждый в школе решает огромное число задач.

Одна из целей обучения математике – научить учащихся решать задачи. Одно из средств повышения эффективности обучения математике – систематическое и целенаправленное формирование умений решать задачи.

Текстовые задачи вызывают трудности у школьников. Причин такого положения много. Одни ученики вникают в процесс решения задач, стараются понять, в чем состоят приемы и методы решения, изучают задачи. Другие же не задумываются над этим и решают задачи зачастую ради получения ответа. Трудность происходит и от недостаточного внимания, уделяемого решению задач на совместную работу, на «сложные проценты», на движение и т. д. Данным курсом попытаемся восполнить этот пробел. Предлагаемый элективный курс тесно примыкает к основному школьному курсу, но он позволит обобщить тему по решению задач разного типа, классифицировать их, расширить знания по теме.

Задачи можно условно разбить на следующие типы задач:

1. Задачи «на совместную работу»;
2. Задачи «на планирование»;
3. Задачи «на движение»;
4. Задачи «на смеси и разбавление»;
5. Задачи «на проценты»;
6. Задачи «на нахождение экстремума функции»;
7. Задачи с буквенными коэффициентами;
8. Другие виды задач.

Цели курса:

- развитие умений и навыков решения текстовых задач;
- обобщение теоретических знаний по теме;
- развитие математических способностей, логического и творческого мышления;
- приобретение навыков элементов анализа;
- повышение интереса к предмету.

Задачи:

- расширить знания по школьному курсу математики «Решение задач»;
- приобрести навыки логического мышления, умения анализировать задачу;
- научиться решать задачи разного типа.

Данный курс предназначен для учащихся 9-10 классов. Школьники, изучившие данный материал, смогут применить его при подготовке к экзаменам в 9 и 11 классах при решении конкурсных задач.

Форма итогового контроля – контрольная работа или защита собственного реферата.

Содержание программы

Введение. Основные понятия, необходимые для решения задач: работа, время, производительность труда. (1 ч.).

Решение задач на вычисление неизвестного времени работы (2 ч.).

Решение задач «бассейн, который наполняется разными трубами» (2 ч.).

Решение задач на путь, пройденный движущимися телами, как совместная работа (2 ч).

Итоговый контроль (2 ч).

Учебно-тематический план

№	Тема	Кол-во часов	Вид деятельности
1.	Основные понятия, необходимые для решения задач на совместную работу	1 ч	Лекция. Применение знаний в решении задач.
2.	Решение задач на вычисление неизвестного времени работы	2 ч	Урок-практикум. Отработка умений и навыков
3.	Решение задач на «бассейн, который наполняется разными трубами»	2 ч	Урок-практикум. Отработка умений и навыков
4.	Решение задач на путь, пройденный движущимися телами, как совместная работа	2 ч	Урок-практикум. Исследование задач, пути их решения.
5	Итоговый контроль	2 ч	Контрольная работа или защита реферата.
	Итого	9 ч	

Дидактический материал

2

1. Задачи на совместную работу.

Некоторые указания к задачам на совместную работу.

1. Основными компонентами этого типа задач являются:

- а) работа;
- б) время;
- в) производительность труда (работа, выполненная в единицу времени).

2. План решения задачи обычно сводится к следующему:

- а) Принимаем всю работу, которую необходимо выполнить, за 1, если речь идет о выполнении некоторой работы, не охарактеризованной в количественном плане.
- б) Находим производительность труда каждого рабочего в отдельности, т. е. $1/t$, где t – время, за которое указанный рабочий может выполнить всю работу, работая отдельно.
- в) Находим ту часть всей работы, которую выполняет каждый рабочий отдельно, за то время, которое он работал.

г) Составляем уравнение, приравнивая объем всей работы (т. е. 1) к сумме слагаемых, каждое из которых есть часть всей работы, выполненная отдельно каждым из рабочих (если в условии сказано, что при совместной работе всех рабочих выполнен весь объем работы).

3. Следует заметить, что в указанных задачах не всегда сравнивается выполненная работа. Основанием для составления уравнения может служить также указанное в условии соотношение затраченного времени или производительности труда.

Вычисление неизвестного времени работы.

1. Три трактора вспахивают поле. Чтобы вспахать все поле, первому трактору требуется времени на 1 ч. больше, чем второму, и на 2 ч. меньше, чем третьему. Первый и третий тракторы при совместной работе вспашут все поле за 2 ч 24 мин. Сколько времени уйдет на вспашку поля при совместной работе трех тракторов?

Решение:

Первый этап. Составление математической модели

Пусть x ч – время, необходимое первому трактору, чтобы вспахать поле в одиночку;

y ч – время, необходимое второму трактору, чтобы вспахать поле в одиночку;

z ч – время, необходимое третьему трактору, чтобы вспахать поле в одиночку.

Тогда, согласно условиям задачи, $x - y = 1$, $z - x = 2$.

Если все поле (т. е. 1) первый трактор может вспахать за x ч, то за 1 ч он вспашет часть поля, выраженную дробью $1/x$:

$1/x$ – часть поля, которую вспашет 1-й трактор за 1 ч,

$1/y$ – часть поля, которую вспашет 2-й трактор за 1 ч,

$1/z$ – часть поля, которую вспашет 3-й трактор за 1 ч.

По условию, работая вместе, 1-й и 3-й тракторы вспахали все поле за 2 ч 24 мин, т. е. за $12/5$ ч. Это значит, что

$$\frac{12}{5} \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1, \text{ т.е. } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{12}.$$

$$\begin{cases} x - y = 1, \\ z - x = 2, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{5}{12}. \end{cases}$$

В итоге получаем систему из трех уравнений с тремя переменными:

Второй этап. Работа с составленной моделью

Вспользуемся методом подстановки. Выразим z через x из второго уравнения системы: $z = x + 2$. Подставим выражение $x + 2$ вместо z в третье уравнение системы:

Решая это уравнение, получаем: $12x + 24 + 12x = 5x^2 + 10x$;

$$\frac{5x^2 - 14x - 24}{12} = 0;$$
$$x_1 = 4, \quad x_2 = -6/5.$$

Оба найденных значения являются корнями рационального уравнения. Находим значения y и z . Для этого воспользуемся уравнениями $x - y = 1$, $z - x = 2$.

Если $x = 4$, то из этих уравнений находим $y = 3, z = 6$;

Если $x = -6/5$, то из тех же уравнений находим $y = -11/5, z = 4/5$.

Итак, составленная система уравнений имеет два решения: $(4; 3; 6)$ и $(-6/5, -11/5; 4/5)$.

Третий этап. Ответ на вопрос задачи

Во-первых, по смыслу задачи отрицательные значения переменных нас не устраивают, следовательно, оставляем только одну тройку значений $(4; 3; 6)$.

Во-вторых, нас спрашивают, сколько времени уйдет на вспашку поля при совместной работе трех тракторов? Будем рассуждать так.

За 1 ч первый трактор вспашит $1/4$ поля, второй - $1/3$, третий - $1/6$. Значит, при совместной работе они вспашут за 1 ч $3/4$ поля, а за t ч, соответственно, $3 t/4$. Если они вспашут все поле, то $3 t/4 = 1$, откуда $t = 4/3$.

Осталось лишь уточнить, что $4/3$ ч = 1 ч 20 мин.

Ответ: 1 ч 20 мин.

2. В 7, 2003 г.

Две бригады закончить уборку урожая за 12 дней. После 8 дней совместной работы первая бригада получила другое задание, поэтому вторая бригада закончила оставшуюся часть работы за 7 дней. На сколько дней вторая бригада убрала бы весь урожай быстрее первой, если бы каждая бригада работала отдельно?

Краткое решение.

Пусть x ч – время, необходимое первой бригаде, чтобы закончить уборку урожая;

y ч – время, необходимое второй бригаде, чтобы закончить уборку урожая;

За один день они убьют

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{8}{y} + \frac{7}{y} = 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}, \\ \frac{8}{x} + \frac{8}{y} + \frac{7}{y} = 1; \end{array} \right.$$

Вместе они проработали 8 бригады, т. е. $\frac{8}{x} + \frac{8}{y} + \frac{7}{y} = 1$; дней, а оставшуюся часть убирала вторая

В итоге получили систему:

Решив ее, получим: $x = 28, y = 21$.

Вторая бригада закончила бы работу на 7 дней быстрее. ($28 - 21 = 7$)

3. В 7, 2003 г.

Бассейн наполняется двумя трубами, действующими одновременно, за 2 часа. За сколько часов может наполнить бассейн первая труба, если она, действуя одна, наполняет бассейн на 3 часа быстрее, чем вторая?

Краткое решение:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}; \\ y - x = 3. \end{cases}$$

Решая эту систему, находим: $x = 3$. Значит, за 3 часа может наполнить бассейн первая труба.

Задачи:

Задача 1.

Две бригады, работая вместе, должны отремонтировать заданный участок шоссеной дороги за 18 дней. В действительности же получилось так, что сначала работала только одна первая бригада, а заканчивала ремонт участка дороги одна вторая бригада, производительность труда которой более высокая, чем первой бригады. В результате ремонт заданного участка дороги продолжался 40 дней, причем первая бригада в свое рабочее время выполнила $\frac{2}{3}$ всей работы. За сколько дней был бы отремонтирован участок дороги каждой бригадой отдельно?

$$\begin{cases} \frac{18}{x} + \frac{18}{y} = 1, \\ \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y = 40. \end{cases}$$

$x = 24$ и $x = 45$; $y = 72$ и $y = 30$. Так как производительность второй бригады выше, чем первой, то условию задачи удовлетворяют $x = 45$ и $y = 30$.

Задача 2.

Бригада слесарей может выполнить некоторое задание по обработке деталей на 15 ч скорее, чем бригада учеников. Если бригада учеников отработает 18 ч, выполняя это задание, а потом бригада слесарей продолжит выполнение задания в течение 6 ч, то и тогда будет выполнено только $\frac{3}{5}$ всего задания. Сколько времени требуется бригаде учеников для самостоятельного выполнения данного задания?

$$\begin{cases} y - x = 15, \\ \frac{18}{y} + \frac{6}{x} = \frac{3}{5}. \end{cases}$$

$x = 30$, $y = 45$.

Ответ. 45 ч.

Задача 3.

Двое рабочих, из которых второй начал работать полутора днями позже первого, работая независимо один от другого, оклеили обоями несколько комнат за 7 дней, считая с

момента выхода на работу первого рабочего. Если бы эта работа была поручена каждому отдельно, то первому для ее выполнения понадобилось бы время днями больше, чем второму. За сколько дней каждый из них отдельно выполнил бы эту же работу?

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ \frac{7}{x} + \frac{5,5}{y} = 1. \end{cases}$$

$x=14, y=11.$

Ответ: За 14 и 11 дней.

Задача 4.

Если две трубы открыть одновременно, то бассейн наполнится за 2 ч 24 мин. В действительности же сначала была открыта только первая труба в течение одной четверти времени, которое необходимо второй трубе, чтобы наполнить бассейн, действуя отдельно. Затем действовала вторая труба также в течение одной четверти времени, которое необходимо первой, чтобы одной наполнить бассейн, после чего оказалось, что остается наполнить $\frac{11}{24}$ полной вместимости бассейна. Сколько времени необходимо для наполнения бассейна каждой трубой в отдельности?

Решение.

1. Пусть первая труба наполняет бассейн за x ч, а вторая – за y ч, тогда

производительность каждой трубы $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{y}$ будет соответственно в час.

2. Из условия следует, что первая труба наполнила часть бассейна $\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{4}y$, вторая труба наполнила часть бассейна $\frac{1}{y} \cdot \frac{1}{4}x$, а вместе они наполнили $\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{4}y + \frac{1}{y} \cdot \frac{1}{4}x$ части бассейна.

Отсюда, $1 - \frac{11}{24} = \frac{13}{24}$ $\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{4}y + \frac{1}{y} \cdot \frac{1}{4}x = \frac{13}{24}.$

3. Так как обе трубы при одновременной работе наполняют весь бассейн за 2 ч 24 мин, то

4. Составим систему и решим ее:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 2\frac{2}{5} = 1, \\ \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{4}y + \frac{1}{y} \cdot \frac{1}{4}x = \frac{13}{24}, \\ \frac{x}{y} = a \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{y}{x} \cdot 6 + \frac{x}{y} \cdot 6 = 13, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{12}. \end{cases}$$

5. Полагая $\frac{x}{y} = a$, имеем:

$$\begin{cases} 6a + \frac{6}{a} = 13, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{12}; \\ 6a^2 - 13a + 6 = 0, \\ 12y + 12x = 5xy. \end{cases}$$

$a_1=3/2, a_2=2/3$, получим: $x=4, y=6$ или $x=6, y=4$.

Результаты однозначны. Будем полагать, что первая труба работала быстрее.

Ответ: 4 ч; 6 ч.

Задача 5.

Двое рабочих выполнили всю работу за 10 дней, причем последние два дня первый не работал. За сколько дней первый рабочий выполнил бы всю работу, если известно, что за первые 7 дней они вместе выполнили 80% всей работы?

Краткое решение.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} \cdot 8 + \frac{1}{y} \cdot 10 = 1, \\ \frac{1}{x} \cdot 7 + \frac{1}{y} \cdot 7 = 0,8; \end{cases} \begin{cases} 8a + 10b = 1, \\ 7a + 7b = 0,8; \end{cases}$$

Где $a=1/x$ и $b=1/y$. Получим, что $a=1/14$.

Ответ: 14 дней.

Задача 6.

Бак наполняется двумя кранами А и В. Наполнение бака только через кран А длится на 22 мин дольше, чем наполнение через кран В. Если же открыть оба крана, то бак наполнится за 1 ч. За какое время каждый кран в отдельности может наполнить бак?

Краткое решение.

Пусть за x мин наполняет бак кран А, а за y мин – кран В.

Тогда получим систему:

Решив ее, получим: $x = 132$ и $y = 110$.

Ответ: 132 мин, 110 мин.

$$\begin{cases} x - y = 22, \\ \frac{60}{x} + \frac{60}{y} = 1; \end{cases}$$

Задача 7.

В лабораторной установке некоторая жидкость поступает в сосуд через три входных крана. Если открыть все краны одновременно, то сосуд наполнится за 6 мин. Если же наполнять сосуд только через второй кран, то на это потребуется $3/4$ того времени, за которое может наполниться сосуд только через один первый кран. Через один третий кран этот сосуд наполняется на 10 мин дольше, чем через один второй кран. На какое время надо открывать каждый кран в отдельности для наполнения сосуда?

Ответ: $56/3$ мин, 14 мин, 24 мин.

Путь, пройденный движущимися телами, рассматривается как совместная работа.

Задача 8.

Два поезда отправляются из пунктов А и В навстречу друг другу, Они встречаются на половине пути, если поезд из А выйдет на 2 ч раньше, чем поезд из В. Если же оба поезда выйдут одновременно, то через 2 ч расстояние между ними составит $1/4$

расстояния между пунктами А и В. За какие промежутки времени каждый поезд проходит весь путь?

Решение.

1. На первый взгляд эта задача кажется типичной задачей на движение. Однако следует обратить внимание на то, что в ней нет никаких данных о пройденном пути. Поэтому будем рассматривать эту задачу как задачу на совместную работу, где всю работу (пройденный путь) примем за 1.
2. Полагая, что первый поезд пройдет весь путь за x ч, а второй – за y ч, и, учитывая, что первый вышел на 2 ч раньше, составим уравнение:

$$\frac{1}{2} \cdot x - \frac{1}{2} \cdot y = 2.$$

3. Скорость каждого поезда будет соответственно $1/x$ и $1/y$, следовательно,

$$\frac{1}{x} \cdot 2 + \frac{1}{y} \cdot 2 = \frac{3}{4}.$$

4. Составим систему уравнений и решим ее:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 2, \\ \frac{1}{x} \cdot 2 + \frac{1}{y} \cdot 2 = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

Получим $x = 8$, $y = 4$.

Ответ: 8 ч, 4 ч.

Задача 9.

Два грузовых автомобиля должны были перевезти некоторый груз в течение 6 ч. Второй автомобиль задержался в гараже, и когда он прибыл на место погрузки, первый перевез уже $3/5$ всего груза; остальную часть груза перевез второй автомобиль, и весь груз был перевезен, таким образом, за 12 часов. Сколько времени нужно каждому автомобилю в отдельности для перевозки груза?

Ответ: 10 ч и 15 ч или по 12 ч.

Задачи для самостоятельного решения

1. Два печника, работая вместе, могут сложить печь за 12 ч. Если первый печник будет работать 2 ч, а второй 3 ч, то они выполнят только 20 % всей работы. За сколько часов может сложить печь каждый печник, работая отдельно?
2. Две бригады, работая вместе, могут закончить уборку урожая за 8 дней. Если первая бригада будет работать 3 дня, а вторая 12 дней, то они выполнят 75% всей работы. За сколько дней может закончить уборку урожая каждая бригада, работая отдельно?
3. Два мастера, работая вместе, могут выполнить заказ за 6 ч. Если первый мастер будет работать 9 ч, а потом его сменит второй, то он закончит работу через 4 ч. За сколько времени может выполнить заказ каждый из мастеров, работая отдельно?

4. Две машины, работая вместе, могут расчистить каток за 20 мин. Если первая машина будет работать 25 мин, а затем ее сменит вторая, то она закончит расчистку катка через 16 мин. За сколько времени может расчистить каток каждая машина, работая отдельно?
5. Две трубы при совместном действии могут наполнить бассейн за 4 ч. Если бы сначала первая труба наполнила половину бассейна, а затем ее перекрыли и открыли вторую, то наполнение бассейна было бы закончено за 9 ч. За сколько времени может наполнить этот бассейн каждая труба в отдельности?
6. Первый рабочий может выполнить задание за 8 ч, а второй за 6 ч. Они работали вместе 2 ч, а заканчивал задание один второй рабочий. Сколько времени потребовалось для выполнения второго задания?
7. Двое рабочих, работая одновременно, выполнили задание за 5 дней. Если бы первый рабочий работал в 2 раза быстрее, а второй в 2 раза медленнее, то они выполнили бы задание за 4 дня. За сколько дней выполнил бы задание один первый рабочий?
8. Бассейн наполняется водой из двух кранов. Сначала открыли первый кран на $\frac{1}{3}$ часть того времени, за которое наполняет бассейн один второй кран. Затем был открыт один второй кран на $\frac{1}{2}$ часть того времени, за которое наполняет бассейн первый кран. После этого оказалось, что уже заполнено $\frac{5}{6}$ объема бассейна. За какое время наполняет бассейн каждый кран в отдельности, если открытые вместе они наполняют бассейн за 2,4 ч?

Список литературы

1. Крамор В. С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начала анализа. – М.: Просвещение, 1990.
2. Кузнецов Л. В., Бунимович Е. А., Пигарев Б. Г., Суворова С. Б. Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. 9 класс, 7-ое изд., стереотип. – М.: Просвещение, [200-?].
3. Мордкович А. Г. Алгебра и начала анализа. 10-11 классы: в двух частях. Ч.1 : учеб. для общеобразоват. учреждения, 4-ое изд. – М.: Мнемозина, 2003.
4. Цыпкин А. Г., Пинский А. И. Справочное пособие по методам решения задач по математике для средней школы. – М.: Наука, 1983.